

# Aplikasi Lintasan Hamilton dalam Pemilihan Rute Tur Eropa dengan Kereta Cepat yang Efisien

Aulia Mey Diva Annandya - 13521103<sup>1</sup>

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

<sup>1</sup>13521103@std.stei.itb.ac.id

**Abstract**—Eropa merupakan salah satu benua yang memiliki keanekaragaman budaya, Bahasa, dan agama yang tinggi sehingga menjadikannya salah satu pusat peradaban yang penting di dunia. Eropa juga memiliki banyak keunggulan dalam bidang teknologi, inovasi, bahkan Eropa menjadi salah satu wilayah yang paling maju dalam bidang teknologi transportasi, dengan adanya kereta cepat yang dapat mencapai kecepatan hingga 300km/jam. Selain menjadi negara maju, Eropa merupakan wilayah yang memiliki banyak destinasi wisata yang menarik seperti Danau Swiss, pegunungan Alpen, dan banyak lainnya. Dengan semua kelebihan yang dimiliki, Eropa menjadi salah satu wilayah yang menarik sehingga banyak diminati dan didatangi para wisatawan dari berbagai macam negara. Oleh karena itu, para pengunjung akan memerlukan sarana yang tepat untuk berpindah dari satu negara ke negara lainnya. Salah satu sarana tersebut merupakan kereta cepat di Eropa. Sebagai wisatawan, tentunya ingin menikmati waktu di Eropa sehingga butuh perpindahan yang tidak banyak menyita waktu dan biaya ongkos terefisien.

**Keywords**—Kereta Cepat, Eropa, Hamilton, Efisien.

## I. PENDAHULUAN

Eropa merupakan sebuah benua yang berada antara Samudra Atlantik di Barat, Laut Arktik di Utara, Pegunungan Ural dan Sungai Ural di Timur, serta Laut Mediterania di Selatan. Benua Eropa terletak pada letak astronomis  $35^{\circ}$  Lintang Utara -  $71^{\circ}06'$  Lintang Utara dan  $9^{\circ}27'$  Bujur Barat -  $66^{\circ}20'$  Bujur Timur. Memiliki luas 10.180.000 km<sup>2</sup> dan penduduk sebanyak 742,5 juta, membuat Eropa dijuluki benua terkecil kedua di dunia. Eropa mencakup area yang empat kali lebih kecil daripada Asia atau Amerika dan tiga kali lebih kecil dari Afrika. Meski begitu, Eropa merupakan benua terkaya di dunia dan memiliki 47 negara yang terbagi menjadi beberapa wilayah geografis, seperti Eropa Timur, Eropa Tengah, Eropa Barat, Skandinavia, dan Benelux. Benua Eropa ini dijuluki sebagai benua biru. Alasan kenapa disebut benua biru adalah karena mayoritas penduduk Eropa memiliki bola mata berwarna biru. Ada juga yang mengatakan karena zaman dahulu, banyak kerajaan terkenal berada di Benua Eropa sehingga dikenal dengan istilah darah biru (darah bangsawan).

Benua Eropa memiliki beragam geografi, mulai dari pegunungan tinggi seperti Alpen di Eropa Barat, Ural di Eropa Timur, Skandinavia di Utara, Padang Rumput Hungaria di Eropa Tengah, hingga Balkan. Eropa juga dikenal sebagai salah

satu pusat peradaban yang penting di dunia karena banyaknya sejarah, budaya, dan warisan seni yang terdapat di wilayah ini. Negara-negara di Eropa memiliki banyak sekali warisan budaya yang berharga, seperti museum, monumen, dan tempat bersejarah yang dapat dikunjungi para turis ataupun wisatawan mancanegara.

Benua Biru ini menjadi tujuan yang paling banyak digemari oleh wisatawan mancanegara untuk berlibur bahkan bermigrasi. Hal itu disebabkan arsitektur dan sejarah bangunan-bangunan di Eropa yang estetik. Selain itu, Eropa juga terkenal mulai dari makanan, infrastruktur, hingga pusat mode-nya. Pastinya, para wisatawan akan berbondong-bondong ke berbagai negara di Eropa untuk mencicipi keunikan dan khas dari negara Eropa itu sendiri. Oleh karena itu, Eropa memiliki kereta cepat yang dapat menyebrangi perbatasan tiap negara untuk memudahkan para wisatawan dan warganya untuk pergi ke antar-negara.

Kereta cepat yang dimiliki Eropa tentunya memiliki rute perjalanan pada tiap negaranya. Rute perjalanan kereta cepat membutuhkan jarak terpendek yang ditempuh atau rute dengan ongkos termurah agar menghemat biaya untuk bahan bakar serta menghemat waktu sehingga waktu para penumpang pun tidak terbuang sia-sia.

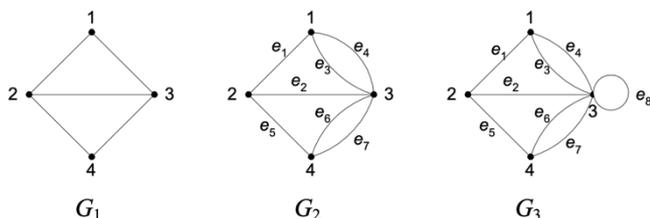
## II. LANDASAN TEORI

### A. Graf

Graf merupakan sekumpulan objek terstruktur di mana beberapa pasangan objek mempunyai hubungan ataupun keterkaitan tertentu. Graf adalah himpunan dari objek-objek-objek yang dinamakan simpul (*vertex*) dan dihubungkan oleh sisi (*edge*). Graf digolongkan menjadi dua jenis berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, yaitu graf sederhana dan graf tidak sederhana. Graf sederhana merupakan graf yang tidak memiliki sisi gelang atau sisi ganda. Sebaliknya, graf tidak sederhana merupakan graf yang memiliki sisi gelang atau sisi ganda. Graf juga dibagi berdasarkan orientasi arah pada sisi, yaitu graf tak-berarah dan graf berarah. Makalah kali ini akan membahas graf sederhana dan graf tak-berarah.

Dalam terminologi graf, sebuah sisi dapat menyimpan sebuah nilai atau harga. Nilai pada tiap rusuk dapat berbeda-beda tergantung pada masalahnya. Graf yang memiliki nilai ini biasa

disebut graf berbobot atau *weighted graph*. Graf berbobot ini akan banyak dibahas dalam aplikasi Lintasan Hamilton dalam makalah ini. Selain itu, graf juga memiliki beberapa graf khusus, yaitu graf lengkap, graf lingkaran, dan graf teratur. Graf lengkap adalah graf dimana tiap simpulnya terhubung ke simpul lainnya. Graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap simpulnya. Terakhir, graf teratur adalah graf yang setiap simpulnya mempunyai derajat yang sama. Apabila derajat setiap simpul adalah  $r$ , maka graf tersebut disebut sebagai graf teratur derajat  $r$ .

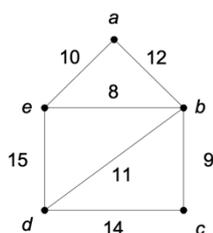


Gambar 2.1 Graf Sederhana, Graf Ganda, dan Graf Semu

Sumber : <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

### B. Graf Berbobot

Graf berbobot adalah sebuah graf yang masing-masing sisi nya memiliki bobot. Bobot ini dapat mewakili biaya, jarak, waktu tempuh, maupun sebab-akibat yang dapat diciptakan dari simpul-simpul yang terhubung. Graf bobot ini biasanya digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi, seperti biaya ongkos termurah, rute terpendek. Penerapan graf berbobot ini banyak ditemukan dalam penyelesaian masalah jasa kurir (Travelling Salesman Problem). Selain itu, dalam perencanaan kereta cepat di Eropa yang mana para penumpang mencari waktu tempuh tersingkat, jarak atau rute terpendek, atau bahkan ongkos termurah tergantung pada kebutuhan masing-masing.



Gambar 2.2 Graf berbobot

Sumber : <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

### C. Ketetangaan dan Matriks Ketetangaan

Ketetangaan atau adjacent merupakan salah satu dari terminology graf. *Adjacent* dalam graf menunjukkan hubungan atau relasi antar simpul dalam sebuah grad. Simpul-simpul yang terhubung oleh sisi dalam sebuah graf disebut simpul ketetangaan. *Adjacent* ni biasanya digunakan untuk menghitung jarak antar simpul, mencari lintasan atau jalur dalam sebuah graf,, atau menyelesaikan masalah lainnya yang berkaitan dengan graf. Misalnya untuk mencari rute terpendek, algoritma yang digunakan akan mengikuti hubungan ketetangaan antar simpul. Algoritma ini dapat dengan mudah mencari jalur yang

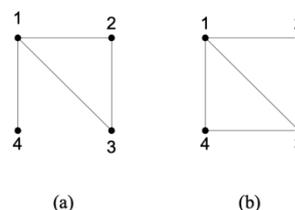
optimal dalam sebuah graf

### D. Lintasan dan Sirkuit

Lintasan pada graf ada dua, yaitu lintasan euler dan lintasan Hamilton. Lintasan euler adalah lintasan yang melalui masing-masing sisi di dalam graf tepat satu kali, bila lintasan kembali ke simpul asal sehingga membentuk lintasan tertutup maka lintasan tersebut disebut sirkuit euler. Terakhir, lintasan Hamilton adalah lintasan yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali, bila lintasan kembali ke asal, maka lintasan tersebut adalah sirkuit Hamilton.

### E. Lintasan Hamilton

Lintasan Hamilton adalah sebuah lintasan atau jalur yang melintasi semua simpul dalam sebuah graf tanpa mengunjungi simpul yang sama lebih dari sekali. Lintasan Hamilton biasanya digunakan dalam menyelesaikan berbagai masalah di bidang matematika, ilmu computer, dan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari. Contohnya, dalam perencanaan rute kereta cepat di Eropa, sebuah graf digunakan untuk merepresentasikan hubungan antar kota-kota yang dituju oleh kereta cepat. Simpul dalam pohon merentang merepresentasikan kota-kota besar dari berbagai negara di Eropa, sedangkan garis atau sisi yang menghubungkan simpul-simpul itu merepresentasikan rute kereta cepat yang dapat ditempuh antar kota. Kemudian, lintasan Hamilton dapat digunakan untuk mencari jalur kereta cepat yang efisien. Jalur yang digunakan hanya dapat melintasi semua kota sekali.



Gambar 2.3 Graf dengan Lintasan Hamilton

Sumber : <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian3.pdf>

## III. METODOLOGI PENELITIAN

Rute kereta cepat di Eropa merupakan salah satu jalur transportasi utama di Eropa. Rute ini terdiri dari berbagai jalur kereta yang menghubungkan kota-kota besar di berbagai negara Eropa. Kereta cepat ini menawarkan kecepatan yang tinggi dan waktu tempuh yang singkat dibandingkan kereta biasa. Salah satu contoh rute kereta cepat di Eropa adalah TGV di Prancis. Rute kereta ini menghubungkan kota-kota seperti Paris, Lyon, Marseille, dan Nice. Selain TGV, ada juga ICE di Jerman yang menghubungkan kota-kota seperti Berlin, Frankfurt, Hamburg dan Munich. Tidak semua negara memiliki rute kereta cepat dari negara itu sendiri ke semua negara lainnya. Pertama, biaya pembangunan dan pemeliharaan jalur kereta cepat sangat tinggi sehingga tidak semua negara dapat membangun jalur kereta cepat yang menghubungkan seluruh negara di Eropa. Kedua, beberapa negara di Eropa memiliki kondisi geografis yang tidak

memungkinkan untuk dibangun jalur kereta cepat. Misalnya, United Kingdom yang pulaunya terpisah dari beberapa negara lainnya sehingga hanya ada satu rute kereta cepat yang menghubungkan London dengan negara lainnya. Hal itu juga disebabkan oleh rute yang berada di bawah laut (melalui tunnel). Ketiga, beberapa negara di Eropa sudah memiliki system transportasi lain yang terintegrasi dan efektif sehingga tidak perlu dibangun jalur kereta cepat baru. Meski jalur kereta cepat tidak menghubungkan semua negara di Eropa, masih terdapat rute kereta cepat yang menghubungkan berbagai kota-kota besar di negara-negara tersebut.



Gambar 3.1 Peta Eropa

Sumber : <https://www.pinterest.com/pin/114138171775976527/>

Saat berkunjung ke Eropa, pastinya diperlukan rute yang efisien. Efisien disini memiliki arti yaitu memilih jarak kereta yang tidak besar atau menghemat ongkos transportasi. Untuk membuat rute keliling eropa yang efisien dengan kereta cepat, tentunya dibutuhkan daftar rute kereta yang tersedia dari setiap negaranya dan daftar nama dari kereta cepat tersebut. Nama dari kereta cepat tersebut, antara lain :

1. Eurostar trein  
Eurostar trein ini memiliki rute yang menghubungkan London, Lille, Paris, dan Brussels.
2. Thalys train  
Thalys train ini memiliki rute yang menghubungkan Paris, Amsterdam, dan Brussels.
3. The Deutsch Bahn Intercity-Express (ICE)  
Kereta cepat ICE ini memiliki rute yang menghubungkan Amsterdam, Frankfurt, Berlin, Brussels, Paris, Bern, Vienna, dan Aarhus.
4. Renfe-SCNF en Cooperation  
Kereta cepat Renfe ini memiliki rute yang menghubungkan Paris, Bern, Rome, Barcelona, dan Madrid.
5. Eurocity train  
Eurocity train ini memiliki rute yang menghubungkan Warsaw dan Berlin.
6. ÖBB (Österreichische Bundesbahnen)  
ÖBB train ini memiliki rute yang menghubungkan Milan dan Vienna.

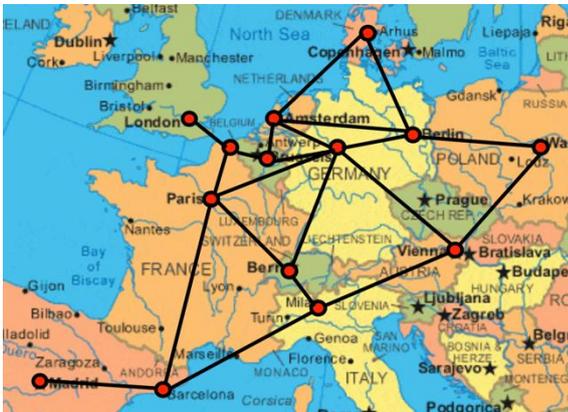
Kereta cepat di atas tentunya memiliki rute dengan jarak antara negara tersebut yang akan dijabarkan pada tabel berikut :

Nama Kereta	Destinasi	Jarak(km)	Harga(€)
Eurostar trein	London – Lille	245	59
Eurostar trein	Lille – Paris	97	7.90
Thalys train	Lille – Brussels	72	14
Thalys train	Brussels – Amsterdam	175	25
ICE	Amsterdam – Frankfurt	364	24.90
ICE	Amsterdam – Berlin	577	29.90
ICE	Brussels – Frankfurt	316	18.90
ICE	Paris – Frankfurt	471	29.90
ICE	Bern – Frankfurt	363	19.90
ICE	Frankfurt – Vienna	599	37.80
ICE	Berlin – Frankfurt	424	17.90
ICE	Paris – Bern	436	96.90
ICE	Aarhus – Berlin	453	37.90
ICE	Aarhus – Amsterdam	542	49.90
Renfe-SCNF	Paris – Barcelona	813	39
Renfe-SCNF	Barcelona – Madrid	506	5.70
Renfe-SCNF	Barcelona – Milan	726	64
Renfe-SCNF	Bern – Milan	213	32
ÖBB	Milan – Vienna	625	29.90
ÖBB	Vienna – Warsaw	554	19.90
Eurocity train	Warsaw – Berlin	512	27.90

Dari tabel di atas, terlihat bahwa suatu negara dapat menuju ke lebih dari satu negara. Oleh karena itu, perlu untuk mencari rute efisien untuk tur di Eropa. Untuk mencari rute efisien, digunakan lintasan Hamilton untuk semua kemungkinan rute kereta cepat yang ada. Lintasan Hamilton hanya dapat dilakukan jika graf yang dianalisis memenuhi beberapa syarat, yaitu :

1. Graf harus terhubung. Maksudnya adalah semua simpul dalam graf harus terhubung dengan edge atau sisi. Jika ada simpul yang tidak terhubung dengan sisi atau membentuk lebih dari satu graf, maka teorema Hamilton ini tidak dapat digunakan.
2. Graf tidak beraturan. Maksudnya adalah graf tidak memiliki pola atau susunan tertentu antar simpul dalam graf. Jika graf memiliki pola tertentu, maka teorema ini tidak dapat dilakukan.
3. Graf harus memiliki minimal tiga simpul. Jika graf hanya terdiri dari dua simpul atau bahkan kurang, maka teorema ini tidak dapat dilakukan.

Misalkan kota-kota besar di representasikan dengan simpul (vertex) yang berbeda dan rute kereta yang direpresentasikan dengan sisi (edge) seperti gambar di bawah ini.



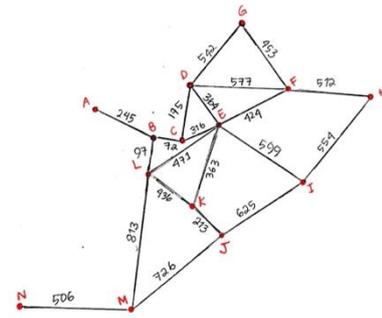
Gambar 3.2 Graf Ilustrasi Rute Kereta Cepat di Eropa

Sumber : <https://www.tataruang.id/2022/04/05/peta-eropa-lengkap-dengan-sejarah-batas-wilayah-dan-fakta-menarik/>

Graf pada peta di atas merupakan ilustrasi dari rute kereta cepat Eropa. Graf tersebut tentunya memenuhi ketiga syarat dilakukannya teorema Hamilton. Akan tetapi, graf tersebut tidak dapat dikatakan sebagai graf Hamilton karena tidak memenuhi syarat cukup yaitu derajat tiap simpul paling sedikit yaitu  $n/2$  untuk setiap simpul. Akan tetapi, graf tersebut dapat kita cari lintasan Hamilton nya untuk mendapatkan rute optimal. Untuk mencari lintasan Hamilton nya, setiap kota-kota besarnya direpresentasikan menjadi simpul atau *vertex*. Misalnya :

1. London direpresentasikan sebagai simpul A.
2. Lille direpresentasikan sebagai simpul B.
3. Brussels direpresentasikan sebagai simpul C.
4. Amsterdam direpresentasikan sebagai simpul D.
5. Frankfurt direpresentasikan sebagai simpul E.
6. Berlin direpresentasikan sebagai simpul F.
7. Aarhus direpresentasikan sebagai simpul G.
8. Warsaw direpresentasikan sebagai simpul H.
9. Vienna direpresentasikan sebagai simpul I.
10. Milan direpresentasikan sebagai simpul J.
11. Bern direpresentasikan sebagai simpul K.
12. Paris direpresentasikan sebagai simpul L.
13. Barcelona direpresentasikan menjadi simpul M.
14. Madrid direpresentasikan menjadi simpul N.

Selain *vertex*, terdapat sisi atau *edge* yang merepresentasikan bobo dari graf yang terbentuk atau kalau dalam kasus ini *edge* akan merepresentasikan sebagai rute dari kota satu ke kota lainnya.



Gambar 3.2 Graf berbobot dari Rute Kereta Cepat Eropa

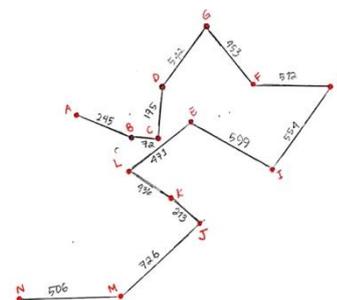
Untuk mempermudah ketetangaan pada graf di atas, maka akan dibuat matriks ketetangaan (*Matrix Adjacency*) yang elemennya berisikan bobot jarak dari tiap vertex.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
A	0	245	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	245	0	72	0	0	0	0	0	0	0	0	97	0	0
C	0	72	0	175	316	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	175	0	364	577	542	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	316	364	0	424	0	0	599	0	363	471	0	0
F	0	0	0	577	424	0	453	512	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	542	0	453	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	512	0	0	554	0	0	0	0	0
I	0	0	0	0	599	0	0	554	0	625	0	0	0	0
J	0	0	0	0	0	0	0	0	625	0	213	0	726	0
K	0	0	0	0	363	0	0	0	0	213	0	436	0	0
L	0	97	0	0	471	0	0	0	0	0	436	0	813	0
M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	726	0	813	0	506
N	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	506	0

Bila dilihat dari graf dan matriks ketetangaan, simpul A dan N hanya memiliki satu derajat untuk dilalui. Hal itu menyebabkan simpul A dan N harus menjadi awal atau akhir dari sebuah lintasan Hamilton. Untuk mencari lintasan Hamilton, misalkan start di simpul A, maka destinasi selanjutnya hanya pada simpul B dengan bobot rute sejauh 245 km. Pada simpul B, terdapat dua kemungkinan jalur yaitu menuju simpul C atau simpul L. Simpul A tidak dapat dipilih kembali sebagaimana syarat dari lintasan Hamilton yaitu vertex yang sudah dilalui, tidak dapat dituju kembali. Hal ini juga berpengaruh pada efisiensi dari rute tur. Jika mengambil simpul C, maka akan terdapat 2 kemungkinan jalur yang dapat diambil, yaitu simpul E dan D. Jika mengambil simpul E maka akan terdapat lima kemungkinan jalur yang dapat diambil yaitu simpul D, F, I, K, dan L dan begitu seterusnya.

Berikut merupakan semua kemungkinan dari Lintasan Hamilton yang mungkin dari graf rute kereta cepat Eropa :

### 1. Kemungkinan lintasan Hamilton ke-1



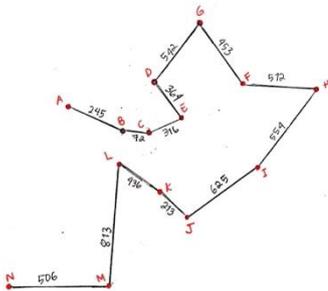
Gambar 3.1.1 Kemungkinan Lintasan Hamilton ke-1

Simpul	Jarak Rute(km)	Jarak Total(km)	Harga Rute(€)	Harga Total(€)
A – B	245	245	59	59
B – C	72	317	14	73
C – D	175	492	25	98
D – G	542	1034	49.90	147.90
G – F	453	1487	37.90	185.80
F – H	512	1999	27.90	213.70
H – I	554	2553	19.90	233.60
I – E	599	3152	37.80	271.40
E – L	471	3623	29.90	301.30
L – K	436	4059	96.90	398.20
K – J	213	4272	39	437.20
J – M	726	4998	64	501.20
M – N	506	<b>5504</b>	5.70	<b>506.90</b>

Dari tabel di atas, dapat disimpulkan, salah satu perjalanan efisien dengan menggunakan lintasan Hamilton adalah rute London – Lille – Brussels – Amsterdam – Aarhus – Berlin – Warsaw – Vienna – Frankfurt – Paris – Bern – Milan – Barcelona – Madrid menghasilkan jarak total sebesar 5.504 kilometer dan menghabiskan biaya perkiraan sebesar €506.90.

2. Kemungkinan lintasan Hamilton ke-2

Berikut kemungkinan ke-dua lintasan Hamilton yang dapat terbentuk dari graf kereta rute cepat Eropa :



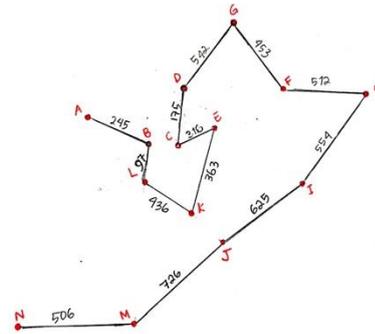
Gambar 3.2.1 Kemungkinan Lintasan Hamilton ke-2

Simpul	Jarak Rute(km)	Jarak Total(km)	Harga Rute(€)	Harga Total(€)
A - B	245	245	59	59
B - C	72	317	14	73
C - E	316	633	18.90	91.90
E - D	364	997	24.90	116.80
D - G	542	1539	49.90	166.70
G - F	453	1992	37.90	204.60
F - H	512	2504	27.90	232.50
H - I	554	3058	19.90	252.40
I - J	625	3683	29.90	282.30
J - K	213	3896	32	314.30
K - L	436	4332	96.90	411.20
L - M	813	5145	39	450.20
M - N	506	<b>5651</b>	5.70	<b>455.90</b>

Dari tabel di atas, dapat disimpulkan, salah satu kemungkinan perjalanan efisien dengan menggunakan teorema Hamilton adalah rute London – Lille – Brussels – Frankfurt – Amsterdam – Aarhus – Berlin – Warsaw – Vienna – Milan – Bern – Paris – Barcelona – Madrid menghasilkan jarak total sebesar 5.651 kilometer dan menghabiskan biaya perkiraan sebesar €455.90.

3. Kemungkinan lintasan Hamilton ke-3

Berikut kemungkinan ke-tiga lintasan Hamilton yang dapat terbentuk dari graf kereta rute cepat Eropa :



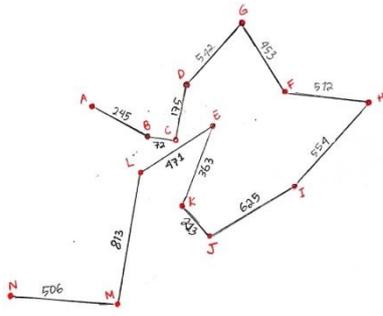
Gambar 3.3.1 Kemungkinan Lintasan Hamilton ke-3

Simpul	Jarak Rute(km)	Jarak Total(km)	Harga Rute(€)	Harga Total(€)
A – B	245	245	59	59
B – L	97	342	7.90	66.90
L – K	436	778	96.90	163.80
K – E	363	1141	19.90	183.70
E – C	316	1457	18.90	202.60
C – D	175	1632	25	227.60
D – G	542	2174	49.90	277.50
G – F	453	2627	37.90	315.40
F – H	512	3139	27.90	343.30
H – I	554	3693	19.90	363.20
I – J	625	4318	29.90	393.10
J – M	726	5044	64	457.10
M – N	506	<b>5550</b>	5.70	<b>462.80</b>

Dari tabel di atas, dapat disimpulkan, salah satu kemungkinan perjalanan efisien dengan menggunakan teorema Hamilton adalah rute London – Lille – Paris – Bern – Frankfurt – Brussels – Amsterdam – Aarhus – Berlin – Warsaw – Vienna – Milan – Barcelona – Madrid menghasilkan jarak total sebesar 5.550 kilometer dan menghabiskan biaya perkiraan sebesar €462.80.

4. Kemungkinan lintasan Hamilton ke-4

Berikut kemungkinan ke-empat lintasan Hamilton yang dapat terbentuk dari graf kereta rute cepat Eropa :



Gambar 3.4.1 Kemungkinan Lintasan Hamilton ke-4

Simpul	Jarak Rute(km)	Jarak Total(km)	Harga Rute(€)	Harga Total(€)
A – B	245	245	59	59
B – C	72	317	14	73
C – D	175	492	25	98
D – G	542	1034	49.90	147.90
G – F	453	147	37.90	185.80
F – H	512	1999	27.90	213.70
H – I	554	2553	19.90	233.60
I – J	625	3178	29.90	263.50
J – K	213	3391	32	295.50
K – E	363	3754	19.90	315.40
E – L	471	4225	29.90	345.30
L – M	813	5038	39	384.30
M – N	506	<b>5544</b>	5.70	<b>390</b>

Dari tabel di atas, dapat disimpulkan, salah satu perjalanan efisien dengan menggunakan teorema Hamilton adalah rute London – Lille – Brussels – Amsterdam – Aarhus – Berlin – Warsaw – Vienna – Milan – Bern – Frankfurt – Paris – Barcelona – Madrid menghasilkan jarak total sebesar 5.544 kilometer dan menghabiskan biaya perkiraan sebesar €390.

Semua kemungkinan lintasan Hamilton dari graf rute kereta cepat telah didapatkan. Pada kemungkinan lintasan Hamilton pertama didapat jarak total sebesar 5.504 kilometer dan biaya perkiraan sebesar €506.90. Kemungkinan lintasan Hamilton kedua didapat jarak total sebesar 5.651 kilometer dan biaya perkiraan sebesar €455.90. Kemungkinan lintasan Hamilton ketiga didapat jarak total sebesar 5.550 kilometer dan biaya perkiraan sebesar €462.80. Kemungkinan lintasan Hamilton keempat didapat jarak total sebesar 5.544 kilometer dan biaya perkiraan sebesar €390. Dengan begitu, dapat disimpulkan bahwa rute dengan jarak total paling sedikit adalah lintasan Hamilton pertama, sedangkan rute dengan ongkos termurah adalah lintasan Hamilton ke-empat. Lintasan ke-empat lah yang paling efisien disebabkan oleh perbedaan jarak yang tidak jauh, hanya sebesar 40 kilometer, tetapi perbedaan ongkosnya cukup besar berkisar €66 - €117 atau jika dirupiahkan berkisar Rp1.100.000,00 – Rp1.900.000,00.

#### IV. PENUTUP

##### A. Kesimpulan

Eropa mempunyai ketertarikan sendiri karena berbagai

keunggulan yang dimilikinya. Ketertarikan itu menarik banyak para turis atau wisatawan mancanegara untuk berkunjung. Pada makalah ini telah dibuat rute optimal untuk kereta cepat dengan menggunakan lintasan Hamilton. Graf yang terbentuk dari rute kereta cepat memiliki lintasan Hamilton, akan tetapi graf tersebut bukanlah sebuah graf Hamilton karena tidak memenuhi syarat cukup, yaitu memiliki derajat sebanyak  $n/2$  pada tiap simpulnya dengan  $n$  adalah jumlah simpul dalam graf.

Lintasan Hamilton yang terbentuk ada empat, antara lain:

1. Rute pertama dengan jarak 5.504 km dan biaya €506.90.
2. Rute pertama dengan jarak 5.651 km dan biaya €455.90.
3. Rute pertama dengan jarak 5.550 km dan biaya €462.80.
4. Rute pertama dengan jarak 5.544 km dan biaya €390.

Graf dengan lintasan Hamilton di atas memiliki rute optimal yang di representasikan oleh rute ke-empat yaitu dimulai dari London – Lille – Brussels – Amsterdam – Aarhus – Berlin – Warsaw – Vienna – Milan – Bern – Frankfurt – Paris – Barcelona – Madrid. Dikatakan rute optimal karena biaya yang dikeluarkan jauh lebih murah, yaitu berkisar €66 - €117 atau Rp1.100.000,00 – Rp1.900.000,00 dibandingkan dengan ketiga rute lainnya.

##### B. Saran

Rute optimal kereta cepat ini hanya dapat dipakai oleh turis dari luar Eropa saja, karena start simpul dari graf ini pasti di London atau Madrid. Alangkah lebih baik jika rute kereta cepat ini tidak hanya dapat dipakai oleh turis mancanegara saja, akan tetapi juga untuk warga Eropa itu sendiri. Karena bukan hanya turis saja yang ingin berlibur keliling Eropa, akan tetapi warga Eropa pun dapat berkeliling.

#### V. REFERENSI

- [1] <https://modatransportasi.com/highlight-news/modadarat/inilah-rute-populer-kereta-api-di-eropa/> diakses 7 Desember 2022 pul 22.00
- [2] <https://www.interrail.eu/en/plan-your-trip/tips-and-tricks/trains-europe/high-speed-trains> diakses 10 Desember 2022 pukul 19.30
- [3] <https://www.thetrainline.com/en/train-times> diakses 9 Desember 2022 pukul 20.00
- [4] <https://www.geografi.org/2017/11/geografi-benua-eropa.html> diakses 8 Desember 2022 pukul 21.20
- [5] <https://www.europeanrailguide.com/journeys/london-to-paris-eurostar> diakses 9 Desember 2022 pukul 20.00
- [6] [https://www.ns.nl/binaries/ht\\_1642770500516/content/assets/ns-nl/dienstregeling/nieuwe-dienstregeling/ns-spoorkaart-2022.pdf](https://www.ns.nl/binaries/ht_1642770500516/content/assets/ns-nl/dienstregeling/nieuwe-dienstregeling/ns-spoorkaart-2022.pdf) diakses 8 Desember 2022 pukul 23.00
- [7] <https://www.eurostar.com/rw-en/train/netherlands/london-to-amsterdam> diakses 9 Desember 2022 pukul 23.00
- [8] <https://www.thalys.com/fr/en/all-our-destinations> diakses 9 Desember 2022 pukul 23.00

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 11 Desember 2022

Ttd

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Aulia Mey Diva Annandya', written over a light blue horizontal line. The signature is stylized and includes a small star-like symbol above the first part of the name.

Aulia Mey Diva Annandya 13521103